

Zasada szufladkowa Dirichleta

1. Udowodnij, że wśród dowolnych 49 różnych liczb dwucyfrowych znajdują się 4 o tej samej sumie cyfr.
2. Udowodnij, że wśród dowolnych $n + 1$ liczb całkowitych są dwie, których różnica jest podzielna przez n .
3. Udowodnij, że wśród dowolnych $n + 2$ liczb całkowitych są dwie, których suma lub różnica jest podzielna przez $2n$.
4. Udowodnij, że w dowolnym 26-elementowym podzbiorze zbioru $\{1, 2, \dots, 50\}$ istnieją dwie liczby różniące się dokładnie o 5.
5. Na płaszczyźnie narysowano kwadrat o boku 1 i wybrano w nim 51 punktów. Udowodnij, że wśród tych punktów istnieją pewne trzy, które leżą w kwadracie o polu $\frac{1}{25}$.
6. Udowodnij, że z grupy 9 osób w wieku od 1 do 55 da się wybrać dwie rozłączne podgrupy o tej samej sumie wieku.